

Кафедра строительной механики корабля

**РАСЧЕТ СПОСОБЫ РАМ С ПИЛОНОМ МЕТОДОМ
ПЕРЕМЕННЫХ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ**

**Методические указания
к выполнению расчетно-графической работы**

У4908/5



Источники методические указания содержат решения типовых задач на тему плоской системы рамы с неподвижными и подвижными узлами. Решения, выполненные с помощью метода перемещений в матричной форме, обеспечивают основное содержание assignments с методическими указаниями расчетно-графической работы, которая выполняется студентами кораблестроительного факультета Ленинградского кораблестроительного института (специальности 0514 и 0527) на 7 семестре (осенний семестр II курса).

Задание выдается на 7 недель семестра, срок сдачи - 10 недель; ориентировочное время, необходимое для выполнения работы - 30 часов.

РАБОТА
Доктор Николай

**РАСЧЕТ СИСТЕМ РАМ С ПОМОЩЬЮ МЕТОДА
ПЕРЕМЕЩЕНИЙ В МАТРИЧНОЙ ФОРМЕ**

Методические указания
к выполнению расчетно-графической работы

© 1978
1978

Сп. редактор И. Г. М., доц. Курманов В. М.
Лит. редактор Троицкий Е. В.

Уч. зап. Сер. 8-138. Тир. 300. Уч.-изд. л. 1,8. Л. 09.78.
Безопасно.

ВВЕДЕНИЕ

Для расчета любой стержневой конструкции с помощью метода перемещений в матричной форме требуется выполнить следующие операции:

1. Выбрать положения узловых точек и их пронумеровать.
2. Выбрать направления осей координат общей и локальных систем.
3. Определить направления возможных перемещений узловых точек.
4. Установить схему типичного элемента стержневой системы.
5. Определить элементы матриц жесткости локальных систем стержней с использованием локальных систем координат.
6. Найти векторы узловых нагрузок стержней в локальных системах координат.
7. Определить матрицы жесткости стержневых элементов в векторе узловых нагрузок в общей системе координат.
8. Составить матрицу влияния.
9. Найти элементы матрицы жесткости стержневой системы.
10. Определить элементы вектора узловых нагрузок системы.
11. Определить перемещения узловых точек, реакции соответствующей системе Краулини.
12. Определить избыточные моменты и перерезывающие силы в конечных сечении стержневых элементов.
13. Построить графи избыточных моментов и перерезывающих сил.

Ниже приведены размеры выполнения этих операций и необходимые комментарии применительно к расчету плоской системы рамы с прямоугольными балками.

Расчет такой рамы является темой 2-го домашнего задания

(расчетно-графическая работа) студентам конструкторского факультета на 7-м семестре. При этом студентам, обучающимся по специальности 08.07 - динамика и прочность судовых конструкций, может быть выдано задание по расчету рамы, угол которой может иметь как угловые (вертикальные), так и линейные смещения (рамы с подкосными углами). Студентам остальных специальностей факультета рассчитывают рамы с углами, имеющими лишь свободу угловых смещений (рамы с неподвижными углами).

Все расчеты по данному заданию выполняются с помощью компьютерной техники на персональном компьютере, результаты в г.П. Расчеты систем уравнений рекомендуется получать с использованием стандартной программы на ЭИМ "Map" либо "Mapx".

1. РАСЧЕТ СИММЕТРИЧНОЙ РАМЫ С НЕПОДВИЖНЫМИ УГЛАМИ

В качестве домашнего задания студентам выданы расчеты симметричной или несимметричной рамы.



Рис.1

Углы на раму нагрузки представлять в виде плоских смещений в вертикальной плоскости, что позволяет при расчете рассматривать лишь половину рамы.

Также приведен пример расчета изгибающих моментов в перемещаемой силе в стержневой раме симметричного судна при действии на нее симметричной осевозонной диметрической нагрузки (рис.1).

Поскольку стержни рамы представляются призматическими, угол системы следует рассматривать в точках соединения стержней стержневой рамы и в опорных сечениях стержней.

При определении угла следует, начиная с крайнего угла, ку-

раторами черт той рамы является ее симметричная вертикальная ось, совпадающая со осью диметрической плоскости. В начале такого рамы независимо действовало

меровате их в порядке натурального ряда точек, приращивая, того направления отки стержней, в котором расположено наименьшее угловое точек. Так, у рамы на рис.1 число угловых точек у горизонтальных стержней не превышает 3, а у вертикального стержня равно 3. Ввиду номера угла (см. рис.1) возрастает в порядке натурального ряда вдоль горизонтально расположенных стержней (помним, что у данного стержня рамы на рис.1 имеется лишь одна угловая точка; отсутствующей на рисунке угловой точки на правом конце этого стержня приращивается номер S^j).

Половина начала общей системы координат OXY и направлена ее осей вычисляется произвольно.

Локальные системы координат $O_j X_j Y_j$ будем располагать следующим образом:

- ось $O_j X_j$ направлена вдоль стержня от угла с меньшим номером K углу с большим номером;
- начальная ориентация осей $O_j X_j$ и $O_j Y_j$ должна быть такой же, как и осей OX и OY общей системы координат.

Общая и локальные системы координат показаны на рис.2.

Направление и число возможных перемещений углов рамы определяются вычислениями на все системы, направит которых углыми частично на стержни рамы (см. рис.1), частично в опорных сечениях для расчета.

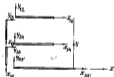


Рис.2

В рассматриваемом примере приняты следующие значения данных для расчета (табл.1).

Таблица 1

$\frac{S_1}{S_2}$	$\frac{S_2}{S_3}$	$\frac{S_3}{S_4}$	$\frac{S_4}{S_5}$	$\frac{S_5}{S_6}$	$\frac{I_1}{I_2}$	$\frac{I_2}{I_3}$	$\frac{I_3}{I_4}$	$\frac{I_4}{I_5}$	$\frac{I_5}{I_6}$	$\frac{I_6}{I_7}$	$\frac{I_7}{I_8}$	$\frac{I_8}{I_9}$	$\frac{I_9}{I_{10}}$
1,0	0,6	1,0	1,5	4,0	1,0	0,6	1,0	2,0	4,0	0,15	0,10	1,0	1,0

Примечание. В таблице S_j - длина элемента,

I_{xy} — момент инерции поперечного сечения.

Отверстия рамы считаются вырезами, что в учете характера опорных перемещений позволяет считать узлы на внешних линиях сечений.

На схеме рис.3 показано направление возможных перемещений узлов рамы. Показательные направления перемещений изображены в соответствии с правилом "П".

Примем неизвестные опорные узлы V_1 произвольным образом, чтобы с увеличением номера узла возрастал бы и номер перемещения.

Все неизвестные перемещения объединим в вектор

$$\{V\} = \{V_1, V_2, V_3, V_4, V_5\}.$$

Следующим шагом расчета должно быть установление типа перемещений элементов системы.

В общем случае отверстие имеет узлы с неподвижными узлами имеет две степени свободы перемещения контура (рис.4).



Рис.4

Поскольку все размеры рамы заданы в относительных величинах, принимаем узлы в безразмерной форме.

Матрица жесткости такого элемента (сдвиг на угол α) имеет вид (жесткость матрицы жесткости см. схему)

$$[k^*]_{ij} = \frac{8E_s I_{xy}}{8L_{ij}^3} \begin{bmatrix} 4; 2 \\ 2; 4 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Для симметричных рам характерны наличие осевой, перпендикулярной оси симметрии. Такие отверстия обладают лишь одной степенью свободы перемещения контура сечения, поскольку эти перемещения должны быть одинаковы по абсолютной величине и иметь либо противоположные знаки (при действии на раму симметричной нагрузки), либо одинаковые, если нагрузка рамы антисимметрична относительно оси OY . В общем случае жесткость

*) Л.М.Ростовцев, Матричный метод расчета прочности стержневых конструкций изогнутой формы. Учебное пособие. МВУ, 1974, с.34.

для отверстия (5-5), перпендикулярной оси симметрии.

Также образом, для антисимметричной нагрузки схема перемещений контура отверстия имеет вид, показанный на рис.5.

Матрица жесткости такого отверстия содержит лишь один элемент

$$[k^*]_{ij} = \left[2 \frac{E_s I_{xy}}{L_{ij}^3} \frac{S_{xy}}{S_{xy}'} \right]. \quad (2)$$



Рис.5

Для случая антисимметричной нагрузки рамы схема перемещений контура отверстия, перпендикулярной оси симметрии, показана на рис.6.



Рис.6

Матрица жесткости отверстия (рис.6)

$$[k^*]_{ij} = \left[8 \frac{E_s I_{xy}}{L_{ij}^3} \frac{S_{xy}}{S_{xy}'} \right]. \quad (3)$$

Матрицы жесткости элементов в рассматриваемом

примере должны быть вычислены по формулам (1), (2) (нагрузка рамы предположительно имеет вид)

Возьмем

$$[k^*]_{11} = \frac{1,0}{1,0} \begin{bmatrix} 4; 2 \\ 2; 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,0; 2,0 \\ 2,0; 4,0 \end{bmatrix},$$

$$[k^*]_{12} = \frac{0,6}{0,6} \begin{bmatrix} 4; 2 \\ 2; 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,0; 2,0 \\ 2,0; 4,0 \end{bmatrix},$$

$$[k^*]_{13} = \frac{1,0}{1,0} \begin{bmatrix} 4; 2 \\ 2; 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,0; 2,0 \\ 2,0; 4,0 \end{bmatrix},$$

$$[k^*]_{14} = \frac{1,0}{1,0} \begin{bmatrix} 4; 2 \\ 2; 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4,0; 2,0 \\ 2,0; 4,0 \end{bmatrix},$$

$$[k^*]_{15} = \left[2 \cdot 1 \cdot \frac{E_s I_{xy}}{L_{ij}^3} \right] = [2,0].$$

Векторы главных моментов элементов определяются для всех стержней рамы при скорости момента при вращении заданных концов стержней. В безразмерном виде

$$\{P^*\}_{ij} = \left[\frac{P_1}{q_n \xi_n^2}; \frac{P_2}{q_n \xi_n^2} \right],$$

где P_1, P_2 - скорости моменты на концах и среднем кончике стержня, вычисленные при совпадении их направлений с направлением перемещения $\{u\}_{ij}$ (см. рис.4).

В составе рамы (рис.1) имеются лишь два стержня (стержень 3-3, рис.7; стержень 3-3', рис.8), несущие поперечную нагрузку. Векторы $\{P^*\}_{ij}$ будут отличны от нуля только для этих стержней.

$$\{P^*\}_{33} = \left[-\frac{1}{30} \frac{q_{33}}{q_n} \frac{\xi_{33}^2}{\xi_n^2}; \frac{1}{2} \frac{q_{33}}{q_n} \frac{\xi_{33}^2}{\xi_n^2} \right] = \left[-0,075; 0,112 \right].$$

Стержень 3-3' перпендикулярен оси симметрии, поэтому для него вычисленные направления главных моментов совпадают с направлением перемещений на рис.5 (нагрузка симметрична), а вектор $\{P^*\}_{33'}$ имеет лишь один момент

$$\{P^*\}_{33'} = \left[-\frac{1}{12} \frac{q_{33'}}{q_n} \frac{\xi_{33'}^2}{\xi_n^2} \right] = \left[-1,33 \right].$$



Рис.7

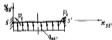


Рис.8

Поэтому остальные стержни рамы рис.1 не несут поперечной нагрузки, соответствующие векторы главных моментов - нулевые

$$\{P^*\}_{12} = \{0,0\}; \{P^*\}_{13} = \{0,0\}; \{P^*\}_{23} = \{0,0\}.$$

Следующим шагом расчета в общем случае должно быть вычисление главных моментов и векторов главных моментов стержней в общей системе координат. Поскольку, однако, рама, рассчитываемая в заданных, имеет взаимно перпендикулярные стержни, ось которых параллельна оси общей системы, моменты главных моментов в общей системе координат совпадают с моментами, вычисленными в координатных локальных системах.

Переходим поэтому к составлению матрицы жесткости.

Матрица жесткости определяет соответствие между перемещениями узлов заданных стержней $\{u\}_{ij}$ и перемещениями узлов $\{V\}_i$, вытекающие из условий сплошности рамы в узловых точках. Сплошность стержневых систем в узловых точках обеспечивается решением перемещений концевых сечений стержней, соединенных в данном узле, и перемещений одного узла. Например, для стержня 1-2 условия сплошности имеют вид

$$(u_1)_{20} = V_1, (u_2)_{20} = V_1. \quad (4)$$

Для стержня 3-3'

$$(u_3)_{33'} = -V_1. \quad (5)$$

Аналогичные условия могут быть записаны и для остальных стержней. Все эти условия выносятся в виде таблицы - матрицы жесткости (табл.2).

Таблица 2

В стержнях	Названия стержней 1-2	Узловые перемещения $\{u\}$	
		1	2
I	1-2	1	2
II	1-3	1	3
III	3-4	3	4
IV	3-5	3	5
V	5-3'	5	-

В часть таблицы (матрицы жесткости), выделенную условными линиями, выносятся узловые перемещения V_i , входящие в условия сплошности, выраженные равенствами (4), (5) и не отличными для других стержней. Выделенная таблица вычисляется без предварительного вычисления условий сплошности, но-

порядковости с помощью схемы рис. 9. Направления и значения переменных u_i на этой схеме выбираются с учетом ориентации элементов своей координат (см. рис. 2) и направлений перемещений концов каждого стержня (см. рис. 4 и 10). Проверка в методе выдвинуто показывает, что рассматриваемый стержень имеет выдвинуто стержней свободы элементов перемещений, чем это указано на выделенной части рисунка.

В рассматриваемом примере число стержней свободы перемещений концов стержня 1-3 увеличилось на единицу вследствие симметрии рамы и действующей на нее нагрузки.

Составлено число стержней свободы перемещений концов некоторых стержней может быть следствием выделенных связей, отражающих перемещения осевых стержней узла. Так, например, при равенстве двух коэффициентов податливости упругой подвески в узле 2 (при $C_{11} = C_{22}$) перемещения V_2 также равны. Об узле ($V_2 = 0$), в котором с четной стержней 1-3 имеют бы лишь одно возможное перемещение.

В этом случае первая строка матрицы выдвинуто имеет бы порядок по второму столбцу:

I	1-2	I	-
---	-----	---	---

С помощью матрицы выдвинуто составлены компоненты матрицы жесткости рамы. Поскольку число возможных осевых выдвинуто равно нулю (V_2 - скалярный вектор), матрица жесткости должна иметь размерность 10×10 .

$$[K^R] = \begin{bmatrix} K_{11}^R & K_{12}^R & K_{13}^R & K_{14}^R & K_{15}^R & K_{16}^R \\ K_{21}^R & K_{22}^R & K_{23}^R & K_{24}^R & K_{25}^R & K_{26}^R \\ K_{31}^R & K_{32}^R & K_{33}^R & K_{34}^R & K_{35}^R & K_{36}^R \\ K_{41}^R & K_{42}^R & K_{43}^R & K_{44}^R & K_{45}^R & K_{46}^R \\ K_{51}^R & K_{52}^R & K_{53}^R & K_{54}^R & K_{55}^R & K_{56}^R \\ K_{61}^R & K_{62}^R & K_{63}^R & K_{64}^R & K_{65}^R & K_{66}^R \end{bmatrix} \quad (6)$$

Для определения компоненты K_{11}^R рассмотрим стержни в столбце табл. 2, в которых стоит выдвинуто I. Поскольку этот выдвинуто является в стержнях, рассматриваемых I и II-го стержней, то для определения K_{11}^R должны быть проанализированы некоторые элементы матрицы жесткости I и II-го стержней. Каким выдвинуто элементы определяются по значениям столбцов, содержащих выдвинуто I. В данном случае этот выдвинуто разлагается в первом столбце, как у I-го, так и II-го стержня, следовательно, для определения K_{11}^R необходимо сложить компоненты матрицы жесткости стержней рамы I-2 и I-3

$$K_{11}^R = (k_{11}^R)_{11} + (k_{11}^R)_{12} = 4,0 + 4,0 = 8,0.$$

Аналогично выдвинуто для диагональных компонентов матрицы

$$K_{22}^R = (k_{22}^R)_{11} + (k_{22}^R)_{12} + (k_{22}^R)_{21} = 4,0 + 4,0 + 5,34 = 13,34,$$

$$K_{33}^R = (k_{33}^R)_{22} + (k_{33}^R)_{21} = 5,34 + 2,0 = 7,34.$$

При определении K_{22}^R и K_{33}^R необходимо учесть особенности: рамы 2 и 4 соединены с упругими выдвинуто, поэтому коэффициенты жесткости (см. табл. 1)

$$\frac{1}{\partial u_1} = 8,58 \frac{E I_2}{S_2}, \quad \frac{1}{\partial u_2} = 10,0 \frac{E I_2}{S_2}$$

или в безразмерной форме

$$\frac{1}{\partial u_1} = 6,67, \quad \frac{1}{\partial u_2} = 10,0.$$

При определении компоненты K_{21}^R , который является равен нулю, необходимо, чтобы нагрузка узла 3 на один выдвинуто, коэффициент жесткости стержней должен быть направлен в выдвинуто, определяемой по отношению к выдвинуто (т.е. в той выдвинуто которая была бы выдвинуто при $\frac{1}{\partial u} = 0$)

$$K_{21}^R = (k_{21}^R)_{11} + \frac{1}{\partial u_1} = 4,0 + 6,67 = 10,67.$$

Аналогично выдвинуто

$$K_{12}^R = (k_{12}^R)_{21} + \frac{1}{\partial u_2} = 4,0 + 10,0 = 14,0.$$

Определим теперь основные моменты матрицы $[K]_0$.

Для получения, например, момента K_{11}^0 рассмотрим в табл. 2 все στοιχεία, содержащие индекс 1 в 2-м направлении. Вместе с ними еще также все στοιχεία, соответствующие στοιχεία с одинаковым индексом 1 (отверстия 1-2). Поэтому великий элемент K_{11}^0 должен быть равен некоторому элементу матрицы жесткости 1-го отверстия. Какую величину — определяем по номеру отверстия, в котором находится индекс 1 и 2. В данном случае эти номера совпадают также 1 и 2, следовательно,

$$K_{11}^0 = (K_{11}^0)_0 = 2,0.$$

Аналогично находим

$$K_{12}^0 = (K_{12}^0)_0 = 2,0, \quad K_{21}^0 = 0, \quad K_{22}^0 = 0,$$

$$K_{31}^0 = 0, \quad K_{32}^0 = 0, \quad K_{33}^0 = 0,$$

$$K_{41}^0 = (K_{41}^0)_{12} = 2,0, \quad K_{42}^0 = (K_{42}^0)_{12} = 2,57,$$

$$K_{43}^0 = 0,$$

Собрав всевозможные такие моменты и учитывая симметричность матрицы $[K]^0$, получим

$$[K]^0 = \begin{bmatrix} 2,0 & 2,0 & 2,0 & 0 & 0 \\ 2,0 & 2,57 & 0 & 0 & 0 \\ 2,0 & 0 & 2,34 & 2,0 & 2,57 \\ 0 & 0 & 2,0 & 2,0 & 0 \\ 0 & 0 & 2,57 & 0 & 2,34 \end{bmatrix}$$

Таким образом вектор узловых нагрузок $\{Q\}$ равен. В общем случае

$$\{Q\} = \{R\} - \{\bar{P}\}, \quad (7)$$

где $\{R\}$ — вектор обобщенных сил, приложенных непосредственно к узлам рамы;

$\{\bar{P}\}$ — вектор узловых обобщенных сил, возникающих от распределенной нагрузки, действующей на отверстия.

Для рамы рис. 1 $\{R\} = 0$.

Элементы вектора $\{\bar{P}\}$ определяются по значениям элементов вектора $\{P\}_0$ с помощью матрицы жесткости по тем же

правилам, что и для остальных элементов матрицы $[K]$

$$\bar{P}^0 = (P_1^0)_0 + (P_2^0)_0 = 0, \quad \bar{P}_2^0 = (P_2^0)_0 = 0,$$

$$\bar{P}_3^0 = (P_3^0)_{12} + (P_4^0)_{21} + (P_5^0)_{33} = -0,079,$$

$$\bar{P}_4^0 = (P_4^0)_{12} = 0,$$

$$\bar{P}_5^0 = (P_5^0)_{33} + (P_6^0)_{33} = 0,142 - 1,33 = -1,19.$$

Таким образом

$$\{Q\} = \{0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 0; 1,19\}.$$

К узлам рамы могут быть приложены внешние сосредоточенные моменты M_i^0 , значение которых считаем положительным в направлении угла. Положительным считается момент, направленный против часовой стрелки. В этом случае элементы вектора $\{R\}$ определяются как $M_i^0 / q_i S_i^0$, перечисленные в том же порядке, что и элементы вектора $\{V\}$. Так, например, если бы третий узел рамы рис. 1 был нагружен моментом M_3^0 , вектор $\{R\}$ имел бы вид

$$\{R\} = \{0; 0; M_3^0 / q_3 S_3^0; 0; 0\}. \quad (8)$$

Из системы разностных уравнений рамы получаются следующие системы уравнений для определения неизвестных параметров:

$$[K] \{V\} = \{Q\} \frac{q_i S_i^0}{EI}, \quad (9)$$

или $\{V\} = \{R\} \frac{q_i S_i^0}{EI}$, получим вместо (8)

$$[K] \{V\} = \{Q\}. \quad (10)$$

Решение системы уравнений (10) находим с использованием стандартной программы на ЭЕМ "Map".

Для того, чтобы воспользоваться этой программой, информация о системе (10) должна быть введена следующим образом:

$$N=5; \quad A \begin{bmatrix} 5, & 5 \end{bmatrix} = \begin{matrix} 2, & 2, & 0, & 0, & 0, \\ 2, & 2,57, & 0, & 0, & 0, \\ 2, & 0, & 2,34, & 2, & 2,57, \\ 0, & 0, & 2, & 2, & 0, \\ 0, & 0, & 2,57, & 0, & 2,34, \end{matrix} 1,12, \\ \varphi \begin{bmatrix} 5 \end{bmatrix} = \text{«KOH»}$$

Здесь N указывает порядок системы уравнений (в данном примере $N=5$), матрица $A[N, N-1]$ представляет собой матрицу $[K^*]$, дополненную вектором $\{Q^*\}$, стоящим в правой части системы (10).

В матрице $A[N, N-1]$ десятичные дроби заменяются с помощью знака точки (многоточия) для выделения целой части числа, запятой применяются для отделения частей друг от друга.

После матрицы $A[N, N-1]$ должен быть записан вектор $P[N]$, показывающий, что разрешит систему уравнений имеет N точек.

Следует отметить замечание, что три заданы порядок информации значения N , элементы матрицы $A[N, N-1]$ и вектор $P[N]$ должны быть отданы друг от друга точкой с запятой.

Разрешит систему уравнений (вектор $\{V\}$) в рассмотренном выше примере рассчитывается следующим образом:

$$P[5] \\ \begin{array}{lll} .324865_{10^{-2}} & -1.547703_{10^{-3}} & -3.457009_{10^{-3}} \\ 4.304488_{10^{-3}} & .174266 & \end{array}$$

Элементы матрицы $[K^*]$ и вектора $\{Q^*\}$ поданы только на десятичной шкале с тремя точками определенными значениями цифрами, поэтому в в значениях элементов вектора $\{V\}$ следует сохранять лишь первые три значащих цифры, т.е.

$$\{V^*\} = \left[0,30825; -0,00155; -0,0314; 0,00450; 0,175 \right] \frac{g, s^2}{E I_c} \quad (14)$$

Следующим этапом расчета должно быть вычисление векторов $\{u\}_y = \{u, u\}_y$ для всех стержней рамы. Сделать это следует с использованием матрицы влияния (табл.2), в которой определены соотношения между переменными $\{u\}_y$ и $\{V\}$.

В выданной уточненной таблице части табл.2 содержится значение элементов вектора $\{V\}$, а в первой строке таблицы - значения элементов вектора $\{u\}_y$. Подставив вместо значений выделенные или выделенные элементы $\{V\}$, получим результаты \bar{u}_1 и \bar{u}_2 для всех стержней рамы (табл.3).

S стержней	Налески стержней i_j	Переменные \bar{u}_j	
		u_1	u_2
I	1-2	0,00025	-0,00155
II	1-3	0,00025	-0,0314
III	2-1	-0,0314	0,00450
IV	2-5	-0,0314	0,175
V	5-6	0,175	-

В каждой строке табл.3 записан в безразмерной форме вектор переменных координат отдельных соответствующих стержней рамы $\{u_j\}$. С учетом знака между $\{V^*\}$ и $\{V\}$

$$\{u^*\}_y = \{Q\}_y \frac{g, s^2}{E I_c} \quad (12)$$

После определения переменных $\{u\}_y$ можно быть выданы условия $\{F^*\}_y$ (безразмерные значения отдельных моментов), действующие в отдельных стержнях. Условие $\{F^*\}_y$ и переменные $\{u\}_y$ связаны зависимостью:

$$\{F^*\}_y = [K^*]_y \{u\}_y \frac{g, s^2}{E I_c} - \{P^*\}_y \frac{g, s^2}{E I_c} \quad (13)$$

В безразмерной форме для рамы с неподвижной опорой:

$$\{F^*\}_y = \{P^*\}_y \frac{E I_c}{g, s^2} - ([K^*]_y \{u\}_y - \{P^*\}_y) \frac{g, s^2}{E I_c} \quad (14)$$

Выполним переименование матриц $[K^*]_y$ и вектора $\{u\}_y$. Для стержня 1-2

$$[K^*]_{12} \{u\}_{12} = \begin{bmatrix} 4,8 \\ 2,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,00025 \\ -0,00155 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,1200 \\ 0,0037 \end{bmatrix}$$

Для стержня 1-3

$$[K^*]_{13} \{u\}_{13} = \begin{bmatrix} 4,8 \\ 2,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0,00025 \\ -0,0314 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,0818 \\ -0,0754 \end{bmatrix}$$

Для стержня 2-4

$$[K^*]_{24} \{u\}_{24} = \begin{bmatrix} 4,8 \\ 2,4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,0314 \\ 0,00450 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,1507 \\ -0,0108 \end{bmatrix}$$

$$\text{Для стержня } \frac{3-5}{[K]_{35}} \{U\}_{35} = \begin{bmatrix} 5,34 & 2,87 \\ 2,87 & 5,34 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0,0314 \\ 0,175 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,899 \\ 0,850 \end{bmatrix}$$

Для стержня 5-3'

$$[K]_{53'} \{U\}_{53'} = 2 \cdot 0,175 = 0,350$$

Рациональнее выделить значения векторов $\{P\}_i$, по формуле (14) определяем узлы в координатах сечений стержней

$$\left. \begin{aligned} \{P\}_1 &= \begin{bmatrix} 0,0299 \\ 0,0105 \end{bmatrix} q_1 S_1^2 \\ \{P\}_2 &= \begin{bmatrix} -0,0299 \\ -0,109 \end{bmatrix} q_1 S_1^2 \\ \{P\}_3 &= \begin{bmatrix} -0,0299 \\ 0,0105 \end{bmatrix} q_1 S_1^2 \\ \{P\}_{35} &= \begin{bmatrix} 0,899 \\ 0,850 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0299 \\ 0,0105 \end{bmatrix} q_1 S_1^2 = \begin{bmatrix} 0,929 \\ 0,860 \end{bmatrix} q_1 S_1^2 \\ \{P\}_{53'} &= (0,850 - 1,33) q_1 S_1^2 = -0,480 q_1 S_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

После определения координат узлов необходимо проверить выполнение условий равновесия узлов рамы.

В рассмотренном методе расчета (метод перемещений) основная система уравнений (8) задана на узлах равновесия узлов. Если бы вычисления выполнялись абсолютно точно, в проверке удовлетворены эти условия не было бы необходимости. Приближенность вычислений приводит к некоторому нарушению условий равновесия. Если в расчете не было допущено грубой вычислительной ошибки, погрешности, которые могут быть обнаружены при проверке удовлетворения условий равновесия, не должны превосходить 1-2%.

На схеме рамы рис.10 показаны как узлы $\{P\}_i$, действующие в координатах сечений стержней, так и узлы $\{U\}_i$ по абсолютной величине, но направленные по часовой стрелке углам, принятым за стержнями и углом рамы.

Проверка показала условия равновесия в узлах 1, 3 и 5. Узлы 2 и 4 соединяют соответствующие стержни с учетом моментов, и условия равновесия для этих узлов будут выполнены, поскольку результирующий момент в узле равен сумме моментов, действующих на узел.

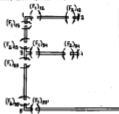


Рис.10

Условия равновесия узлов 1, 3 и 5 имеют вид

$$\left. \begin{aligned} (P_1)_1 + (P_1)_2 &= 0 \\ (P_3)_3 + (P_3)_4 + (P_3)_5 &= 0 \\ (P_5)_5 + (P_5)_{35} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Подставляя в (16) найденные выше значения элементов векторов $\{P\}_i$ вместо узлов, в правой части получим

$$\left. \begin{aligned} (P_1)_1 + (P_1)_2 &= (0,0299 - 0,0299) q_1 S_1^2 = 0,0000 q_1 S_1^2 \\ (P_3)_3 + (P_3)_4 + (P_3)_5 &= (-0,0299 - 0,0299 - 0,0299) q_1 S_1^2 = -0,0897 q_1 S_1^2 \\ (P_5)_5 + (P_5)_{35} &= (0,850 - 0,850) q_1 S_1^2 = 0,0000 q_1 S_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Погрешности удовлетворены любое из условий (16) удовлетворено как отклонение абсолютной величины числа, стоящего в правой части соответствующего равенства (17), к сумме абсолютных величин чисел, расположенных слева от знака равенства. Таким образом определены величины погрешностей (в

449081 -

пролетов)

$$\Pi_1 = \frac{0,0001}{0,0009} 100\% < 1\% ;$$

$$\Pi_2 = \frac{0,0001}{0,0008} 100\% < 1\% ;$$

$$\Pi_3 = \frac{0,0001}{0,0007} 100\% < 1\% .$$

Полученные значения погрешностей допустимы в допустимых пределах, поэтому можно перейти к построению эпюры изгибающих моментов и перерезывающих сил.



Рис. 11

считать противонаправленные координаты на рис. 10.

В соответствии с формулой (19) на рис. 11 приведены величины и направления моментов, действующих в концах сечений стержней. Эпюры изгибающих моментов следует строить с применением метода вычисления по тем же правилам, что и при расчете неразрезной балки. Правде всего должно быть построена эпюра изгибающих моментов, исключив возможные упрощения (исключения) $\{P\}_y$.

Для эпюры изгибающих моментов следует откладывать в сторону результирующего момента (справа с расчетом неразрезной балки). Применение этого правила приводит к тому, что возможные моменты откладываются на эпюру в ту же сторону, в которую направлены

Построение эпюры изгибающих моментов следует начать с вычисления на стержне реакции и изгибающей, действующей в концах стержней (указки $\{F_x\}_y = \{F_x, F_y\}_y$). Если в результате расчета эти моменты $(F_x)_y$ или $(F_y)_y$ оказались положительными, направлением его действия совпадает с положительным на рис. 10.

Направление структурных моментов $(F_x)_y$ следует

отрицать на рис. 11.

Эпюра изгибающих моментов от пролетной нагрузки строится для любого стержня или для свободно опертой балки. Нет смысла строить при их сложении будет выполняться автоматически, если отложить эпюры от пролетной нагрузки откладываем в сторону своего момента.

Определим порядок эпюры изгибающих моментов от пролетной нагрузки. Начнем из стержней, ведущих нагрузку в пролет, на этом поле отложится свободно опертой балкой. Эпюра моментов строится по три точки, соответствующие концы стержня и сечение, в котором изгибающий момент от пролетной нагрузки достигает максимального значения. Порядок построения эпюры показан на рис. 12 и 13 для стержней 3-5 и 5-5 соответственно.

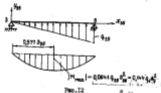


Рис. 12

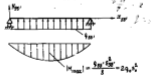


Рис. 13

Эпюра изгибающих моментов рассматриваемой рамы приведена на рис. 14.

Эпюра перерезывающих сил строится обычным образом для

краткого отрезка рамы или для свободной опорной балки, находящейся под действием опорных моментов $[F]_{0j}$ и заданной продольной нагрузки. В качестве примера рассмотрим построение эпюры перерезывающих сил для отрезка 3-5. Нагрузка отведена по эпюре на рис.15.

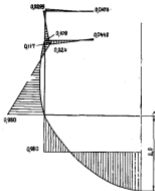


Рис.14

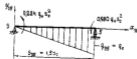


Рис.15

Законы реакции опор балки (см. рис.15):

$$\text{левой опоры } R_{03}^H = 0,55 q_0 l_0 ;$$

$$\text{правой опоры } R_{05}^{H0} = -1,50 q_0 l_0 .$$

Решение, действующее на отрезке, отведем положительной при соединении ее направлением с направлением оси Ox_0 локальной системы координат.

При построении эпюры перерезывающих сил удобно применить следующее правило: на левом конце отрезка (в начале локальных координат) средняя опора отталкивается от оси отрезка в сторону, противоположную направлению действия; в этих случаях реакция, на правой опоре - в сторону, противоположную направлению соответствующей реакции; получаемые таким образом для крайних точек эпюры соединяются линиями, формы которых известны образам эпюр от заданной комбинации продольной нагрузки.

Применив это правило к отрезку, показанному на рис.15, получим для отрезка 3-5 эпюры перерезывающих сил, приведенную на рис.16. Новым образом строится эпюра для остальных отрезков рамы. Эпюра перерезывающих сил для рамы в целом приведена на рис.17.

Рис.16

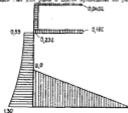


Рис.17

II. РАСЧЕТ СЛОБНОЙ РАМЫ С ПОДВИЖНЫМИ УЗЛАМИ

Расчет рамы с подвижными узлами не имеет принципиальных отличий от рассмотренного в разделе I расчета рамы с неподвижными узлами.

Некоторые особенности расчета связаны с необходимостью учитывать большее число возможных перемещений конечных сечений стержней рамы.

Рассмотрим расчет изогнутой рамы рис.1, предположим, что в правые концы стержней 1-2 и 3-4 введены на продольных опорах (рис.18).



Рис.18

Стержни превращаются узлами в ориентации осей координат такой же, как и в предыдущем примере (см. рис.20).

Исходные данные для расчета считаем соответствующими с предыдущим в табл.1; дополнительно должны быть указаны значения коэффициентов подвижности опорной опор А. Примем

$$\frac{A_1 E I_2}{E_2 I_2} = 0,05; \quad \frac{A_2 E I_1}{E_1 I_1} = 0,0$$

Направление возможных перемещений узлов рамы показано на рис.19.

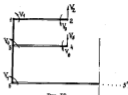


Рис.19

В рассмотренной задаче вектор основных неизвестных перемещений имеет семь компонентов

$$\{V\} = \{V_1; V_2; V_3; V_4; V_5; V_6; V_7\}$$

Поскольку узлы рамы (см. рис.18) могут иметь не только угловые, но и линейные смещения, стержневой элемент в общем случае должен иметь четыре степени свободы перемещений концы (рис.20).

Матрица жесткости такого элемента

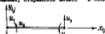


Рис.20

$$[K]_{12} = \frac{E}{L^3} \begin{bmatrix} 12 \frac{I_2}{A_1} & 6 \frac{I_2}{A_1} & -12 \frac{I_2}{A_1} & 6 \frac{I_2}{A_1} \\ 6 \frac{I_2}{A_1} & 4,0 & -6 \frac{I_2}{A_1} & 2,0 \\ -12 \frac{I_2}{A_1} & -6 \frac{I_2}{A_1} & 24 \frac{I_2}{A_1} & -6 \frac{I_2}{A_1} \\ 6 \frac{I_2}{A_1} & 2,0 & -6 \frac{I_2}{A_1} & 4,0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

Что касается стержней, пересекающих ось симметрии рамы, то они могут иметь лишь два возможных перемещения конечных сечений (изгибная рама по-прежнему предпологается либо симметричной, либо антисимметричной).

Матрица жесткости стержня, пересеченного осью симметрии, имеет вид:

при симметричной нагрузке равно

$$[k^*]_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2 \frac{I_{xx}}{l} \frac{S_{xx}}{S_{yy}} \end{bmatrix}, \quad (19)$$

при антисимметричной нагрузке

$$[k^*]_{ij} = \frac{I_{xx}}{I_{yy}} \frac{S_{xx}}{S_{yy}} \begin{bmatrix} 24 \frac{S_{xx}^2}{S_{yy}^3} & 12 \frac{S_{xx}}{S_{yy}^2} \\ 12 \frac{S_{xx}}{S_{yy}^2} & 8,0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Ниже приведены результаты вычисления матриц жесткости стержней равно, приведенной на рис.18

$$[k^*]_{ij} = \begin{bmatrix} 12,0 & 0,0 & -12,0 & 0,0 \\ 0,0 & 4,0 & -6,0 & 2,0 \\ -12,0 & -6,0 & 12,0 & -6,0 \\ 0,0 & 2,0 & -6,0 & 4,0 \end{bmatrix}$$

$$[k^*]_{ij} = \begin{bmatrix} 33,4 & 40,0 & -33,4 & 40,0 \\ 10,0 & 4,0 & -10,0 & 2,0 \\ -33,4 & -10,0 & 33,4 & -10,0 \\ 10,0 & 2,0 & -10,0 & 4,0 \end{bmatrix}$$

$$[k^*]_{ij} = \begin{bmatrix} 12,0 & 0,0 & -12,0 & 0,0 \\ 0,0 & 4,0 & -6,0 & 2,0 \\ -12,0 & -6,0 & 12,0 & -6,0 \\ 0,0 & 2,0 & -6,0 & 4,0 \end{bmatrix}$$

$$[k^*]_{ij} = \begin{bmatrix} 2,62 & 5,33 & -2,62 & 5,33 \\ 5,33 & 5,33 & -5,33 & 6,67 \\ -2,62 & -5,33 & 2,62 & -5,33 \\ 5,33 & 6,67 & -5,33 & 5,34 \end{bmatrix}$$

$$[k^*]_{ij} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 2,0 \end{bmatrix}$$

Векторы жестких нагрузок стержней определяются в соответствии со схемой рис.7 и 8. Помимо стержней жесткости должны быть найдены реакции опор.

Для стержня рис.7 реакции в момент в левом сечении сечения равно соответственно

$$-\frac{Q_{22} S_{xx}}{l} \text{ и } -\frac{Q_{22} S_{xx}^2}{3C},$$

в правом сечении сечения

$$-\frac{Q_{22} S_{xx}}{l} \text{ и } -\frac{Q_{22} S_{xx}^2}{2C}.$$

Для стержня рис.8 реакции опор равно

$$-\frac{Q_{22} S_{xx}}{l},$$

в сечении моменты

$$-\frac{Q_{22} S_{xx}}{2l}.$$

Векторы жестких нагрузок в обобщенной форме

$$\begin{aligned} \{P^*\}_{11} &= \{0\}; \{P^*\}_{12} = \{0\}; \{P^*\}_{21} = 0; \\ \{P^*\}_{22} &= \left\{ -\frac{1}{2} \frac{Q_{22} S_{xx}}{C_y S_y}; -\frac{1}{3C} \frac{Q_{22} S_{xx}^2}{C_y S_y^2}; \frac{1}{3} \frac{Q_{22} S_{xx}}{C_y S_y}; \frac{1}{2C} \frac{Q_{22} S_{xx}}{C_y S_y^2} \right\} = \\ &= \{-0,25; -0,075; -0,50; 0,12\}; \\ \{P^*\}_{22} &= \left\{ -0,5 \frac{Q_{22} S_{xx}}{C_y S_y}; -\frac{1}{2C} \frac{Q_{22} S_{xx}^2}{C_y S_y^2} \right\} = \{-2,0; -1,33\}. \end{aligned}$$

Матрица жесткости (табл.4) составляется на основании рис.17 с учетом ориентации жестких стержней относительно координат (рис.2) и направлений осей $\{u\}_{ij}$, приведенных на рис.20.

Матрица жесткости равно в соответствии с числом жестких стержней, указанных на рис.18, имеет размерность 7×7

$$[K^*] = \begin{bmatrix} K_{11}^* & K_{12}^* & \dots & K_{1n}^* \\ K_{21}^* & K_{22}^* & \dots & K_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n1}^* & K_{n2}^* & \dots & K_{nn}^* \end{bmatrix}$$

Таблица 4

В строках	Надпись строк (i-j)	Надпись переменных (ir)			
		1	2	3	4
I	1-2	-	1	2	3
II	1-3	-	1	-	4
III	2-4	-	4	5	6
IV	3-5	-	4	-	7
V	3-5	-	7	-	-

Правило отыскания элементов K_{ij}^* с помощью матрицы элементов и матрицы $[K^*]_{ij}$ указано в разделе I. Дополнительно закончим процедуру только при определении элементов K_{21}^* и K_{12}^* , поскольку соответствующие знаки строк совпадают и различны строк, чего не было в примере, рассмотренном в разделе I.

При определении элемента K_{21}^* , который численно равен -1 , необходимо, чтобы сумма углов 3 на величину $V_2 = 1$, коэффициент жесткости правой опоры строк 1-3 ($\frac{1}{4}A_1$) должен быть приравнен к величине, определенной с помощью матрицы элементов (т.е. к той величине, которая была бы найдена при $\frac{1}{4}A_1 = 0$).

В безразмерной форме

$$K_{21}^* = (K_{21}^*)_0 + \frac{1}{4}K_1^* = 2 + 20 = 22,0.$$

Аналогично

$$K_{12}^* = (K_{12}^*)_0 + \frac{1}{4}K_2^* = 12 + 10 = 22,0.$$

Напомним, что матрица $[K^*]$ — симметрична, поэтому помимо диагональных, следует определять лишь элементы, расположенные выше (или) ниже главной диагонали.

Получим

$$[K^*] = \begin{bmatrix} 1,0 & -6,0 & 2,0 & 2,0 & 0 & 0 & 0 \\ -6,0 & 32,0 & -6,0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2,0 & -6,0 & 4,67 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2,0 & 0 & 0 & 13,34 & -6,0 & 2,0 & 2,0 \\ 0 & 0 & 0 & -6,0 & 22,0 & -6,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,0 & -6,0 & 4,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2,0 & -6,0 & 0 & 2,0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Определим далее вектор условных нагрузок.

Рамы рис. 15 не имеют нагрузок, приложенных непосредственно к узлам, поэтому

$$\{R^*\} = \{0\}.$$

Вектор условных нагрузок $\{P^*\}$ определяется с помощью матрицы элементов по тем же правилам, что и при расчете рам с неподвижными узлами

$$P_1^* = 0; \quad P_2^* = 0;$$

$$P_3^* = 0; \quad P_4^* = (P_4^*)_0 + (P_4^*)_1 + (P_4^*)_2 = -0,079;$$

$$P_5^* = 0; \quad P_6^* = 0;$$

$$P_7^* = (P_7^*)_0 + (P_7^*)_{10} = 0,277 - 1,53 = -1,25.$$

Таким образом,

$$\{R^*\} = \{R^*\} - \{P^*\} = \{0, 0, 0, 0, 0, 0, 1,25\}.$$

Основная система уравнений для определения безразмерной перемещения $\{V^*\}$ имеет вид

$$[K^*]\{V^*\} = \{R^*\} \frac{9,32}{EI_1} \quad \bullet$$

или

$$[K^*]\{V^*\} = \{R^*\} \quad (22)$$

$$\text{где } \{V\} = \{V\} \frac{EI}{q_0 S_0^2}$$

Исходные данные для решения системы (22) на ЭЦМ "Мир" в расчетных единицах: Прямые:

$$N=7; A_0 = \begin{bmatrix} 2, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ -6, & 32, & -6, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 2, & -6, & 12, & 47, & 0, & 0, & 0 \\ 2, & 0, & 0, & 57, & 34, & -6, & 2, & 2, & 67, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & -6, & 32, & -6, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 2, & -6, & 14, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0, & 0 \\ 0, & 0, & 0, & 2, & 67, & 0, & 0, & 7, & 34, & 1, & 22, & 0 \end{bmatrix}$$

$$P\{F\}; \text{ КОМ}^0$$

Результат решения системы уравнений

$$P\{V\}$$

$$\begin{matrix} 1.050114_{10^{-2}} & 1.768459_{10^{-2}} & -.96250_{10^{-2}} & -3.56763_{10^{-2}} \\ .944270_{10^{-2}} & 1.040013_{10^{-2}} & .170465 \end{matrix}$$

На основании полученного решения системы уравнений (22) найдем вектор $\{F\}$ при определении трех конечных узлов:

$$\{F\} = \begin{matrix} 0,01024; & 0,00279; & -0,00095; & -0,02077; & -0,00244; \\ 0,00106; & 0,176 \end{matrix}$$

Следующим шагом с помощью матрицы влияния определяем безразмерные перемещения конечных узловых стержней:

$$\{\bar{U}\}_{ij} = \{V\}_{ij} \frac{EI}{q_0 S_0^2}$$

С этой целью в табл. 4 вместо значений параметров подставляем значения вектора $\{F\}$ (табл. 5).

Обратным путем, используя формулу (12), находим в безразмерном виде условия изгибаемых стержней и моменты, действующие в конечных сечениях стержней:

$$\left. \begin{aligned} (F^*)_{12} &= \left(0,0404; 0,0202; -0,0404; 0,0202 \right) \frac{q_0 S_0^2}{EI} \\ (F^*)_{23} &= \left(-0,252; -0,0254; 0,252; -0,122 \right) \frac{q_0 S_0^2}{EI} \\ (F^*)_{34} &= \left(-0,0267; -0,0242; 0,0267; -0,0207 \right) \frac{q_0 S_0^2}{EI} \\ (F^*)_{45} &= \left(0,427; 0,213; -1,22; 0,970 \right) \frac{q_0 S_0^2}{EI} \\ (F^*)_{56} &= \left(-2,0; -0,978 \right) \frac{q_0 S_0^2}{EI} \end{aligned} \right\} (23)$$

Таблица 5

k стержней	Концы стержней k-j	Параметры $\{F\}_{ij}$			
		F_1	F_2	F_3	F_4
1	1-2	0	0,0102	0,00279	-0,00095
2	2-3	0	0,0102	0	-0,0207
3	3-4	0	-0,0257	-0,00244	0,00106
4	4-5	0	-0,0257	0	0,176
5	5-6	0	0,176	0	0

При определении значений моментов узлы в узлах разрывности следует учитывать величину:

$$\begin{aligned} (F_1)_{ij} &= (F^*)_{ij} \frac{EI}{q_0 S_0^2}; & (F_2)_{ij} &= (F^*)_{ij} \frac{EI}{q_0 S_0^2}; \\ (F_3)_{ij} &= (F^*)_{ij} \frac{EI}{q_0 S_0^2}; & (F_4)_{ij} &= (F^*)_{ij} \frac{EI}{q_0 S_0^2}. \end{aligned}$$

Найденные значения усилий $\{F\}_{ij}$ должны удовлетворять условиям равнозначности узлов узлы:

$$\left. \begin{aligned} (F_1)_{12} + (F_2)_{12} &= 0 \\ (F_1)_{23} + (F_2)_{23} + (F_3)_{23} &= 0 \\ (F_1)_{34} + (F_2)_{34} &= 0 \end{aligned} \right\} (24)$$

Построение эпюр деформированной оси и моментов выполнено для трех стержней в соответствии с формулой (12) при

видно, что для рамы с неподвижными углами, расположенной в равновесии I.

При этом зависимости (23) и (24) дают необходимые для построения вторичных кривых зависимости моментов и перемещений от вращающих моментов стержней.

О Г Л А В Л Е Н И Е

Введение	3
I Расчет одноной рамы с неподвижными углами	4
II Расчет одноной рамы с подвижными углами	25